

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2021-2022 гг.  
для 11 класса**

**Направление: Математика**

<b>№ п/п</b>	<b>Задача</b>
1	Вычислить: $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7$ . Ответ округлить до сотых.
2	Найти $\operatorname{tg} \alpha$ , если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
3	Решить уравнение: $\pi x - 2 \arcsin \left( \cos \left( -\frac{7\pi}{4} \right) \right) = 0$ .
4	Основанием наклонной призмы служит параллелограмм со сторонами 3 и 6 и острым углом $45^\circ$ . Боковое ребро призмы равно 4 и наклонено к плоскости основания под углом $30^\circ$ . Найти объем призмы. Ответ округлить до сотых.
5	Из емкости со спиртом объемом 20 литров отлили некоторое количество литров спирта и долили такое же количество воды. Затем снова отлили это же количество смеси и опять долили столько же воды. В результате спирта в емкости оказалось в три раза меньше, чем воды. Сколько литров спирта отлили первоначально?
6	Решить систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 + (x+y)\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = 12 \end{cases}$ В ответ записать наименьшую сумму $x + y$ .
7	В равнобедренном треугольнике длина основания равна 11 и угол при основании $\alpha$ такой, что $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$ . Найти длину медианы, проведенной к боковой стороне.
8	Решить неравенство: $\left( \sqrt{6 + \sqrt{35}} \right)^x + \left( \sqrt{6 - \sqrt{35}} \right)^x \leq 12$ . В ответ записать наибольшее целое число из множества решений неравенства.
9	Найти все значения параметра $a$ , при которых система уравнений $\begin{cases} \log_x y = 1 \\ y = a + 5x - x^2 \end{cases}$ имеет единственное решение. В ответ записать наибольшее отрицательное значение $a$ .
10	Дана немонотонная функция $f(x) = a x+1  + bx + 2$ , $a, b \in R$ . Найти все числа $a$ и $b$ такие, чтобы на отрезке $[-2; 0]$ минимальное значение этой функции равнялось -1, а максимальное равнялось 3. В ответ записать сумму $a+b$ .